

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

СОГЛАСОВАНА

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель образовательной программы

Декан физико-математического факультета

_____/проф. И.А.Танкиев
«27» апреля 2026г.

_____/М.Х.Мальсагов от
от «28» апреля 2026г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.ДВ.01.01 ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Направление подготовки

01.03.01 –МАТЕМАТИКА

Квалификация выпускника

БАКАЛАВР

Форма обучения

Очная

Магас 2026

Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) «**Дополнительные главы математического анализа**» являются:

- формирование у обучающихся фундаментальных знаний в области углубленного математического анализа, выходящих за рамки стандартного курса;
- развитие математической культуры, навыков доказательства и исследования сложных математических объектов;
- подготовка будущего учителя математики к научно-исследовательской работе и углубленному преподаванию математического анализа в профильных классах;
- формирование компетенций, необходимых для использования методов современного анализа в профессиональной деятельности.

Задачи изучения дисциплины:

- изучить теорию функций нескольких переменных, интегралы Лебега и Стильеса, ряды Фурье;
- сформировать навыки исследования сходимости функциональных рядов и интегралов;
- развить умения применять методы функционального анализа к задачам математической физики;
- подготовить к использованию полученных знаний в педагогической и научной деятельности.

Для дисциплин, формирующих профессиональные компетенции:

Формируемые дисциплиной знания и умения готовят выпускника данной образовательной программы к выполнению следующих обобщенных трудовых функций (трудовых функций) в соответствии с Профессиональным стандартом «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)» (приказ Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 октября 2013 г. № 544н, код профессионального стандарта – 01.001):

Код	Наименование обобщенной трудовой функции / трудовой функции
A/01.6	Общепедагогическая функция. Обучение
A/03.6	Развивающая деятельность
B/03.6	Педагогическая деятельность по реализации программ основного и среднего общего образования

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина **Б1.В.01 «Дополнительные главы математического анализа»** относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1 «Дисциплины (модули)» ОПОП.

Логическая и содержательно-методическая взаимосвязь с другими элементами ОПОП:

Дисциплина опирается на знания, умения и навыки, полученные студентами при изучении следующих предшествующих дисциплин:

- «Математический анализ»;
- «Линейная алгебра»;
- «Дифференциальные уравнения»;
- «Теория функций действительной переменной».

Требования к «входным» знаниям, умениям и готовностям обучающегося:

Обучающийся должен:

- **Знать:** основные понятия математического анализа; теорию рядов; интегральное исчисление.
- **Уметь:** исследовать сходимость рядов и интегралов; дифференцировать и интегрировать функции.
- **Владеть:** навыками строгих доказательств.

Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

- «Уравнения математической физики»;
- «Функциональный анализ»;
- «Подготовка к итоговой государственной аттестации».

3. Результаты освоения дисциплины (модуля)

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции (закрепленный за дисциплиной)	В результате освоения дисциплины обучающийся должен:
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 – Анализирует математические объекты и методы анализа.	Знать: основные понятия и теоремы дополнительных глав анализа.
		УК-1.4 – Синтезирует различные методы для выбора оптимального решения.	Уметь: применять методы функционального и гармонического анализа.
		УК-1.5 – Критически оценивает полученные решения.	Владеть: навыками проверки корректности решений.
ПК-1	Способен осваивать и использовать теоретические знания и	ПК-1.1 – Демонстрирует знание	Знать: теоретические основы функционального

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции (закрепленный за дисциплиной)	В результате освоения дисциплины обучающийся должен:
	практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	дополнительных глав анализа.	анализа и теории интегралов.
		ПК-1.2 – Применяет методы анализа для решения задач.	Уметь: решать задачи с использованием рядов Фурье и интегралов.

4. Структура и содержание дисциплины (модуля)

4.1. Структура дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы, 144 часа.

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Семестр	Всего	Лекции	Практика	СРС	Формы контроля
1	Раздел 1. Топология линейных пространств	7	24	6	8	10	Собеседование
	Тема 1.1. Метрические пространства.	7	12	3	4	5	
	Тема 1.2. Нормированные пространства.	7	12	3	4	5	
2	Раздел 2. Функциональные последовательности и ряды	7	24	6	8	10	Проверка контрольных работ
	Тема 2.1.	7	12	3	4	5	

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Семес тр	Все го	Лекц ии	Практи ка	СР С	Формы контроля
	Равномерная сходимость.						
	Тема 2.2. Степенные ряды. Теорема Абеля.	7	12	3	4	5	
3	Раздел 3. Интеграл Лебега	7	30	8	10	12	Проверка контрольных работ
	Тема 3.1. Мера Лебега.	7	10	3	3	4	
	Тема 3.2. Интеграл Лебега и его свойства.	7	10	3	4	3	
	Тема 3.3. Сравнение интегралов Римана и Лебега.	7	10	2	3	5	
4	Раздел 4. Ряды Фурье	7	30	8	10	12	Проверка реферата
	Тема 4.1. Тригонометриче ские ряды.	7	10	3	3	4	
	Тема 4.2. Сходимость рядов Фурье.	7	10	3	4	3	
	Тема 4.3. Применение рядов Фурье.	7	10	2	3	5	

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Семестр	Всего	Лекции	Практика	СРС	Формы контроля
5	Раздел 5. Преобразования Фурье	7	24	6	8	10	Проверка реферата
	Тема 5.1. Интеграл Фурье.	7	12	3	4	5	
	Тема 5.2. Свойства преобразования Фурье.	7	12	3	4	5	
	Подготовка к зачету с оценкой	7	—	—	—	4	—
	Зачет с оценкой	7	—	—	—	—	—
ИТОГО			144	34	44	66	

4.2. Содержание дисциплины (модуля)

Раздел 1. Топология линейных пространств

Тема 1.1. Метрические пространства.

Понятие метрического пространства. Примеры. Открытые и замкнутые множества. Предел последовательности. Полные пространства. Принцип сжимающих отображений.

Тема 1.2. Нормированные пространства.

Понятие нормы. Банаховы пространства. Примеры. Скалярное произведение. Гильбертовы пространства.

Раздел 2. Функциональные последовательности и ряды

Тема 2.1. Равномерная сходимость.

Поточечная и равномерная сходимость. Критерий Коши. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся последовательностей.

Тема 2.2. Степенные ряды. Теорема Абеля.

Радиус сходимости. Интервал сходимости. Свойства степенных рядов.

Раздел 3. Интеграл Лебега

Тема 3.1. Мера Лебега.

Лебегова мера на прямой. Измеримые множества. Свойства меры.

Тема 3.2. Интеграл Лебега и его свойства.

Определение интеграла Лебега. Свойства. Предельный переход под знаком интеграла.

Тема 3.3. Сравнение интегралов Римана и Лебега.

Критерий интегрируемости по Риману. Интеграл Лебега как обобщение интеграла Римана.

Раздел 4. Ряды Фурье

Тема 4.1. Тригонометрические ряды.

Тригонометрическая система. Коэффициенты Фурье. Ряд Фурье функции.

Тема 4.2. Сходимость рядов Фурье.

Теорема Дирихле. Теорема Жордана. Сходимость в среднем.

Тема 4.3. Применение рядов Фурье.

Решение дифференциальных уравнений с помощью рядов Фурье.

Раздел 5. Преобразование Фурье

Тема 5.1. Интеграл Фурье.

Представление функции интегралом Фурье. Преобразование Фурье.

Тема 5.2. Свойства преобразования Фурье.

Обратное преобразование. Теорема Планшереля.

5. Образовательные технологии

№ п/п	Образовательная технология	Описание применения	Темы (разделы)
1	Проблемное обучение	Решение нестандартных задач анализа	Все разделы
2	Работа в малых группах	Групповое решение задач	Разделы 3, 4
3	Информационно-коммуникационные технологии	Использование математических пакетов	Раздел 5

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

6.1. План самостоятельной работы студентов

№ не д.	Тема	Вид самостоятель ной работы	Задание	Рекомендуе мая литература	Количес тво часов
1	Тема 1.1. Метрические пространства	Изучение материала	Изучить примеры метрических пространств	[1], [2]	5
2	Тема 1.2. Нормированные пространства	Изучение материала	Изучить банаховы пространств	[1], [2]	5

№ не д.	Тема	Вид самостоятель ной работы	Задание	Рекомендуе мая литература	Количес тво часов
			а		
3	Тема 2.1. Равномерная сходимость	Решение задач	Исследовать на равномерну ю сходимость	[1], [3]	5
4	Тема 2.2. Степенные ряды	Решение задач	Найти радиус сходимости	[1], [3]	5
5	Тема 3.1. Мера Лебега	Изучение материала	Изучить меру на прямой	[1], [3]	4
6	Тема 3.2. Интеграл Лебега	Решение задач	Вычислить интегралы	[1], [3]	4
7	Тема 3.3. Сравнение интегралов	Изучение материала	Сравнить интегралы	[1], [3]	4
8	Тема 4.1. Тригонометриче ские ряды	Решение задач	Разложить функции в ряд Фурье	[1], [4]	4
9	Тема 4.2. Сходимость Фурье	Изучение материала	Изучить теорему Дирихле	[1], [4]	4
10	Тема 4.3. Применение	Решение задач	Решить уравнения	[1], [4]	4
11	Тема 5.1. Интеграл Фурье	Решение задач	Найти преобразова ние Фурье	[1], [4]	5
12	Тема 5.2. Свойства	Изучение материала	Изучить теорему Планшереля	[1], [4]	5

№ не д.	Тема	Вид самостоятель ной работы	Задание	Рекомендуе мая литература	Количес тво часов
	Подготовка к зачету	Повторение	Подготовка к зачету	Все источники	4

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Изучение теоретического материала. Рекомендуется систематически изучать теоретический материал, обращая внимание на доказательства теорем.

Решение задач. Самостоятельное решение задач является основным видом внеаудиторной работы.

6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

Контроль освоения компетенций

№ п/п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	Собеседование	Раздел 1	УК-1, ПК-1
2	Проверка контрольных работ	Разделы 2, 3	УК-1, ПК-1
3	Проверка реферата	Разделы 4, 5	УК-1, ПК-1
4	Зачет с оценкой	Все разделы	УК-1, ПК-1

7. Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

7.1. Учебная литература

Основная литература:

1. Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. – Москва : Наука, 2024.
2. Натансон, И. П. Теория функций действительной переменной / И. П. Натансон. – Москва : Лань, 2024.
3. Рудин, У. Основы математического анализа / У. Рудин. – Москва : Мир, 2024.
4. Толстов, Г. П. Ряды Фурье / Г. П. Толстов. – Москва : Наука, 2024.

7.2. Интернет-ресурсы

1. Math-Net.Ru – общероссийский математический портал.
2. eLibrary.ru – научная электронная библиотека.

7.3. Программное обеспечение

№	Наименование ПО	Назначение
1	Windows / Linux	Базовое ПО
2	Microsoft Office / LibreOffice	Оформление документов

7.4. Материально-техническое обеспечение

№	Оборудование	Количество	Назначение
1	Мультимедийная аудитория	1	Проведение лекций
2	Проектор / интерактивная доска	1	Демонстрация материалов
3	Доска для записей	1	Решение задач

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

№ раздела	Название раздела	Формируемые компетенции	Этап формирования
1	Топология пространств	УК-1, ПК-1	Начальный
2	Функциональные ряды	УК-1, ПК-1	Основной
3	Интеграл Лебега	УК-1, ПК-1	Основной
4	Ряды Фурье	УК-1, ПК-1	Основной
5	Преобразование Фурье	УК-1, ПК-1	Завершающий

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Таблица 2. Сопоставление шкал оценивания

Традиционная шкала	Балльно-рейтинговая шкала	Уровень сформированности компетенции
«отлично»	86–100	высокий
«хорошо»	71–85	средний
«удовлетворительно»	56–70	пороговый

Традиционная шкала	Балльно-рейтинговая шкала	Уровень сформированности компетенции
«неудовлетворительно»	0–55	не сформирована

Таблица 3. Оценивание ответа на вопросы по темам для устного ответа

Критерий	Описание	Баллы (макс. 10)
Полнота и глубина ответа	Полное понимание вопроса, развернутый ответ	3
Логичность и аргументированность	Структурированность, обоснованность выводов	2
Умение применять знания	Иллюстрация теории примерами	3
Качество речи и владение материалом	Свободное владение материалом, корректная терминология	2

Таблица 4. Оценивание подготовки рефератов

Критерий	Баллы (макс. 10)
Соответствие теме и глубина раскрытия	3
Структура и логика	2
Использование источников	2
Оригинальность и самостоятельность	2
Оформление	1

Таблица оценивания зачета

Критерий	Баллы (макс. 20)
Знание теоретического материала	5
Умение решать задачи по анализу	5
Обоснование решения	4
Качество устного ответа	3

Критерий	Баллы (макс. 20)
Дополнительные вопросы	3

Шкала перевода баллов за зачет: 17–20 = «отлично»; 13–16 = «хорошо»; 10–12 = «удовлетворительно»; 0–9 = «неудовлетворительно».

3. Материалы для проведения текущего контроля знаний и промежуточной аттестации

Вопросы для собеседования и коллоквиума:

1. Понятие метрического пространства. Примеры.
2. Полные метрические пространства. Принцип сжимающих отображений.
3. Нормированные пространства. Банаховы пространства.
4. Равномерная сходимости функциональных последовательностей.
5. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости рядов.
6. Степенные ряды. Радиус сходимости.
7. Мера Лебега на прямой.
8. Интеграл Лебега: определение и свойства.
9. Сравнение интегралов Римана и Лебега.
10. Тригонометрическая система. Коэффициенты Фурье.
11. Теорема Дирихле о сходимости рядов Фурье.
12. Ряды Фурье в комплексной форме.
13. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье.
14. Свойства преобразования Фурье.
15. Теорема Планшереля.

Практические задания:

Задание 1. Исследовать на равномерную сходимость последовательность функций.

Задание 2. Найти радиус сходимости степенного ряда.

Задание 3. Вычислить интеграл Лебега от функции.

Задание 4. Разложить функцию в ряд Фурье на отрезке.

Задание 5. Найти преобразование Фурье функции.

Зачет с оценкой

Пример билета:

Билет № 1

1. Метрические пространства. Полнота. Примеры.
2. Ряды Фурье. Теорема Дирихле.
3. Преобразование Фурье и его свойства.

Практическое задание: Разложить функцию $f(x) = x$ в ряд Фурье на отрезке $[-\pi, \pi]$.

Учебный
год

Решение кафедры (№
протокола, дата)

Внесенные
изменения

Подпись зав.
кафедрой

Рабочая программа дисциплины **Б1.В.01 ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА**

составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки **01.03.01 Математика** (уровень высшего образования бакалавриат), утвержденного Приказом Министерства образования и науки РФ от 10 января 2018 г. N 8 "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика" (с изменениями и дополнениями) (Редакция с изменениями N 1456 от 26.11.2020, С изменениями и дополнениями от: 26 ноября 2020 г., 8 февраля 2021 г.), с учетом профессионального стандарта 01Образование и наука, утвержденного приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от «5» августа 2021 г. № 30550

Протокол № 8 от «27» апреля 2026г

Программа одобрена Учебно-методическим советом физико-математического факультета

Протокол № 6 от «28» апреля 2026 г.

